

PROPUESTA DE UN CURSO EN EL ÁREA DE PROBABILIDAD PARA LA EMALCA 2016

GERÓNIMO URIBE BRAVO

El objetivo de este documento es detallar el contenido propuesto para impartirse durante la Emalca 2016 que se propone llevar a cabo en las instalaciones de la Casa Matemática Oaxaca.

El curso tendría el siguiente **formato**:

- 4 sesiones de 1 hora en el que se impartiría el material teórico.
- 2 sesiones de ejercicios y dudas de 40 minutos de duración.

La **audiencia objetivo** son estudiantes de los últimos semestres de la licenciatura en Matemáticas y carreras afines provenientes de México y América Latina.

Se propone un curso introductorio a los procesos estocásticos a través de las caminatas aleatorias. Éstas son un ejemplo importante de la teoría en el que se pueden estudiar de forma concreta conceptos avanzados. Además, hay cálculos explícitos que se pueden hacer para esta clase de procesos, mismos que sirven para formar la intuición. Una componente importante del curso serán las ilustraciones de los resultados mediante la técnica de simulación estocástica. El código, ya sea en los lenguajes octave o julia, formará parte de las notas. Finalmente, se mostrarán ligas con árboles y gráficas aleatorias.

A continuación, enunciamos los distintos temas que se tratarían en el curso; se detallan más temas de los que se podrían tratar en el formato del curso, con el objeto de estar preparados para hacer adecuaciones al curso dependiendo del nivel y de los intereses de los participantes.

Se ha buscado incluir literatura en español.

Contenido

1. Preliminares: conceptos básicos de probabilidad
2. Introducción
 1. Se introduce la caminata aleatoria simple ó juego de voadados.
 2. Se introducen aspectos básicos de simulación.
 3. Se prueba el teorema de de Moivre-Laplace como el ejemplo más sencillo del teorema límite central.
 4. Referencias: [Fel68] y [UB02]
3. Dos problemas básicos para la caminata aleatoria simple.
 1. El problema de la ruina.
 2. El primer regreso a cero de la caminata aleatoria simple.
4. La caminata aleatoria y los árboles de Galton-Watson.
 1. Los árboles de Galton-Watson.
 2. Codificación de árboles GW mediante caminatas aleatorias.
 3. Fórmula de Kemperman para la probabilidad de extinción.
 4. Procesos de ramificación dentro de las trayectorias de la caminata aleatoria simple (una introducción a los teoremas de Ray-Knight).

5. Referencias: [Pit06],
5. La caminata aleatoria simple y la distribución empírica de grados de gráficas aleatorias con ligas preferenciales.
 1. Leyes de grandes números para caminatas aleatorias (enunciado de resultados y ejemplos de simulación)
 2. Graficas aleatorias con ligas preferenciales
 3. Distribución de grados y leyes de potencias
 4. Heurística y prueba de convergencia mediante cotas con caminatas aleatorias
 5. Referencia: [UB15]
6. Caminatas aleatorias y combinatoria
 1. La transformación de Vervaat.
 2. El minorante convexo de una caminata aleatoria.
 3. El mínimo de una caminata aleatoria.
 4. Identidad de Spitzer.
 5. Referencias: [Spi56], [AP11], [APRUB11] y [UB14]

REFERENCES

- [AP11] Josh Abramson and Jim Pitman, *Concave majorants of random walks and related Poisson processes*, *Combin. Probab. Comput.* **20** (2011), no. 5, 651–682. MR 2825583 (2012i:60106)
- [APRUB11] Josh Abramson, Jim Pitman, Nathan Ross, and Gerónimo Uribe Bravo, *Convex minorants of random walks and Lévy processes*, *Electron. Commun. Probab.* **16** (2011), 423–434. MR 2831081
- [Fel68] William Feller, *An introduction to probability theory and its applications. Vol. I*, Third edition, John Wiley & Sons Inc., New York, 1968. MR 0228020 (37 #3604)
- [Pit06] J. Pitman, *Combinatorial stochastic processes*, *Lecture Notes in Mathematics*, vol. 1875, Springer-Verlag, Berlin, 2006, Lectures from the 32nd Summer School on Probability Theory held in Saint-Flour, July 7–24, 2002, With a foreword by Jean Picard. MR 2245368 (2008c:60001)
- [Spi56] Frank Spitzer, *A combinatorial lemma and its application to probability theory*, *Trans. Amer. Math. Soc.* **82** (1956), 323–339. MR MR0079851 (18,156e)
- [UB02] Gerónimo Uribe Bravo, *La ley arcoseno en caminatas aleatorias, movimiento browniano y proceso Poisson compuesto*, 2002, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.
- [UB14] ———, *El minorante convexo de caminatas aleatorias*, *Modelos en Estadística y Probabilidad III*, Sociedad Matemática Mexicana, 2014, (Memorias del IV Congreso Regional de Probabilidad, Puebla, México).
- [UB15] Gerónimo Uribe Bravo, *Leyes de grandes números para la distribución de grados en gráficas aleatorias con ligas preferenciales*, *Miscelánea Matemática* (2015), Por aparecer.